Total No. of Printed Pages—7

3 SEM FYUGP MINMTH3

2024

(December)

MATHEMATICS

(Minor)

Paper : MINMTH 3

(Differential Equation)

Full Marks : 60

Time : 2 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. *(a)* $M(x, y)\,dx + N(x, y)\,dy = 0$ সমীকৰণটো যথাৰ্থ অৱকলীয় সমীকৰণ হোৱাৰ আৱশ্যকীয় চৰ্ত লিখা। 1

Write the necessary condition for the equation $M(x, y)\,dx + N(x, y)\,dy = 0$ to be exact differential equation.

(b) অৱকল সমীকৰণৰ অনুকল উৎপাদক বুলিলে কি বুজা ? 1

What do you mean by integrating factor of a differential equation?

(c) পৰিদর্শন পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ অৱকলীয় সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 2

Solve by the method of inspection of the following differential equation :

$$x\,dy - y\,dx = x^2\,y\,dy$$

(d) যি কোনো **দুটাৰ** সমাধান কৰা : 4×2=8

Solve any *two* :

(i) $(x+2y-2)\,dx + (2x-y+3)\,dy = 0$

(ii) $(x^2y - 2xy^2)\,dx - (x^3 - 3x^2y)\,dy = 0$

(iii) $(x^2 + y^2 + x)\,dx + xy\,dy = 0$

(iv) $(1+xy)\,y\,dx + x\,(1-xy)\,dy = 0$

2. (a) প্ৰথম ক্ৰম আৰু চাৰি ঘাতৰ অৱকলীয় সমীকৰণ এটা লিখা। 1

Write a differential equation of order one and degree four.

(b) তিনিটা অৱকলনীয় ফলনৰ ৱনস্কীয়ানৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define Wronskian of three differentiable functions.

(c) ৰৈখিকভাৱে নির্ভৰশীল দুটা ফলন লিখা আৰু দেখুওৱা যে সিহঁত ৰৈখিকভাৱে নির্ভৰশীল। 2

Write two linearly dependent functions and show that they are linearly dependent.

(d) যি কোনো **দুটাৰ** সমাধান কৰা, য'ত $p = \frac{dy}{dx}$: $3\times2=6$

Solve any *two*, where $p = \frac{dy}{dx}$:

(i) $p^2 - 7p + 12 = 0$

(ii) $y = 2px + p^2y$

(iii) $y + px = x^4p^2$

(e) দেখুওৱা যে $y'' - 3y' + 2y = 0$ সমীকৰণৰ সাধাৰণ সমাধান হ'ল $y = c_1e^x + c_2e^{2x}$, আৰু $y(0) = -1$, $y''(0) = 1$ ৰ বাবে বিশেষ সমাধান নির্ণয় কৰা। 5

Show that $y = c_1e^x + c_2e^{2x}$ is the general solution of $y'' - 3y' + 2y = 0$, and find the particular solution for which $y(0) = -1$ and $y''(0) = 1$.

অথবা / Or

যদি $y = x$, $(x^2 + 1)\, y'' - 2xy' + 2y = 0$ সমীকৰণৰ বিশেষ সমাধান হয় $y = x$, তেন্তে সমীকৰণটোৰ ক্ৰম হ্ৰাস কৰি ৰৈখিকভাৱে স্বতন্ত্ৰ সমাধান উলিওৱা।

If $y = x$ is a solution of $(x^2 + 1)\, y'' - 2xy' + 2y = 0$, find a linearly independent solution by reducing the order.

3. *(a)* n ক্ৰমৰ ধ্ৰুৱক সহগযুক্ত সমজাতীয় ৰৈখিক সমীকৰণৰ সংজ্ঞা লিখা। 1

Define linear homogeneous equation of nth order with constant coefficients.

(b) $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = x$ অৱকল সমীকৰণৰ পৰিপূৰক ফলন লিখা। 2

Write the complementary function of the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = x$$

(c) যি কোনো এটাৰ সমাধান কৰা : 4

Solve any *one* :

(i) $\frac{d^2y}{dx^2}+\frac{dy}{dx}=x^2+2x+4$

(ii) $\frac{d^2y}{dx^2}-2\frac{dy}{dx}+y=x^2e^{3x}$

(d) প্ৰাচলৰ ভেদ নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি তলৰ সমীকৰণটো সমাধান কৰা : 5

Apply the method of variation of parameters to solve the following equation :

$$\frac{d^2y}{dx^2}+y=\tan x$$

4. (a) তলৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ ক্ৰম আৰু ঘাত লিখা : 2

Write the order and degree of the following partial differential equation :

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2+\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}=2x\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)$$

(b) $y=f(x-at)+g(x+at)$ ৰ পৰা ইচ্ছাকৃত ফলন f আৰু g অপসাৰণ কৰা। 2

Eliminate the arbitrary functions f and g from $y=f(x-at)+g(x+at)$.

(c) লাগ্রাঞ্জৰ নিয়মেৰে যি কোনো **এটাৰ** সমাধান কৰা : 4

Solve any *one* by Lagrange's method :

(i) $xzp + yzq = xy$

(ii) $(1+y)\,p + (1+x)\,q = z$

(d) চাৰপিটৰ নিয়মেৰে যি কোনো **এটাৰ** সমাধান কৰা : 4

Solve any *one* by Charpit's method :

(i) $p^2 - y^2 q = y^2 - x^2$

(ii) $(p^2 + q^2)\,y = qz$

5. (a) দ্বিতীয় ক্ৰমৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ সমাধান আকাৰ লিখা। 1

Write the general form of second-order partial differential equation.

(b) উপবৃত্তীয় দ্বিতীয় ক্ৰমৰ আংশিক অৱকল সমীকৰণৰ এটা উদাহৰণ দিয়া। 1

Write an example of elliptic second-order partial differential equation.

(c) তলৰ সমীকৰণৰ শ্ৰেণীবিভাজন কৰা :

Classify the following equations :

(i) $(1-x^2)\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + (1-y^2)\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2x\dfrac{\partial z}{\partial x} + 6x^2 y\dfrac{\partial z}{\partial y} - 6z = 0$ 3

(ii) $t\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - x\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\frac{\partial u}{\partial t} + 5\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ 2

(iii) $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + 3\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ 2

★★★